Chapitre 5

La microéconomie moderne

Une synthèse moderne : la « microéconomie »

Au cours du XX^{e} : mathématisation et spécialisation des sciences économiques.

La discipline se nomme maintenant « sciences économiques » ou « économie » tout court, et plus « économie politique ».

On reconnaît aujourd'hui au sein de l'économie deux grands champs d'études : la microéconomie et la macroéconomie.

La microéconomie devient quasiment une discipline des mathématiques appliquées.

Au sein de la microéconomie, on retrouve deux grandes approches méthodologiques :

- l'équilibre partiel, dans la continuation des programmes de Jevons et Marshall,
- la théorie de l'équilibre générale, basée sur le modèle d'Arrow–Débreu (1954), dans la continuation du programme de Walras.

La théorie de l'équilibre général – le modèle d'Arrow et Débreu (1954)

Kenneth . J. Arrow et Gérard Debreu, « Existence of an equilibrium for a competitive economy », *Econometrica*, 1954.

Deux types d'acteurs : les « individus » et les « entreprises » :

- Les individus maximisent chacun leur utilité, étant donné leurs préférences sur les paniers de consommation possibles, leur dotation initiale (leur « richesse »), et le vecteur des prix.

  Les préférences sont données par une relation de préférence, qui souvent est représentée par une fonction d'utilité.

  La dotation initiale d'un individu comprend non seulement des biens physiques, mais aussi son potentiel de travail et les actions d'entreprises qu'il détient.

- Les entreprises maximisent leur profit,

$$\text{output} \times \text{prix} - \text{input} \times \text{prix},$$

étant donné leur possibilités technologiques et le vecteur des prix.

Les deux, individus et entreprises, agissent – optimisent leur utilité respectivement leur profit – en prenant le vecteur des prix comme donné.

Une allocation pour une telle économie est une liste précisant pour chaque individu son plan de consommation et pour chaque entreprise son plan de production.

Mathématiquement, on note une telle allocation souvent

$$X = (x_{1,1}, \ldots, x_{1,k}, x_{2,1}, \ldots x_{2,k}, \ldots, y_{1,1}, \ldots, y_{1,k}, y_{2,1}, \ldots y_{2,k}),$$

où $x_{1,1}$ est la quantité que l'individu 1 consomme du bien 1, $x_{1,2}$ la quantité que l'individu 1 consomme du bien 2 ; $y_{1,1}$ la quantité que l'entreprise 1 produit du bien 1, $y_{1,2}$, la quantité que l'entreprise 1 produit du bien 2, etc., sachant qu'une quantité négative, pour un consommateur, représente une offre (comme par exemple, des heures de travail), et pour une entreprise un entrant de production (par exemple, des machines).

Un *équilibre général* (on dit aussi *équilibre Walrasien*) est un vecteur de prix et une allocation tels que

- tous les programmes d'optimisation des individus et des entreprises soient satisfaits en même temps et
- sur tous les marchés, l'offre trouve sa demande (≪ markets clear ≫).

Pareto-optimalité et Théorème de bien-être

On dit qu'une allocation X est Pareto optimale (ou Pareto efficace) s'il n'existe aucune autre allocation réalisable X' (sachant que ce qui est réalisable est déterminé par les dotations initiales des individus et les possibilités technologiques des entreprises) telle que

- tous les individus sont indifférents entre X et X' ou préfère X' à X et
- au moins un individu préfère X' à X.

Premier théorème de bien-être : un équilibre général, s'il existe, est Pareto optimal.

Ce théorème est parfois interprété comme une version mathématique – et on devrait rajouter *minimaliste* – de la notion de la ≪ main invisible ≫ d'Adam Smith.

Notons que le concept de Pareto optimalité ne fait aucune mention des prix du marché. C'est un concept qui peut s'appliquer à n'importe quelle manière d'atteindre l'allocation en question.

Perspective historique

L'achèvement de Arrow et Debreu est d'avoir posé le problème d'un équilibre général sous une forme mathématique bien définie et d'avoir trouvé des conditions sur les préférences des individus et les technologies de production des entreprises sous lesquelles un tel équilibre existe.

Parmi ces conditions la plus importante – et la plus redoutable – est que les technologies des entreprises soient caractérisées par des rendements décroissants.

Mathématiquement, Arrow et Debreu se sont servi des méthodes topologiques ; notamment des théorèmes de point fixe.

Maximisation d'utilité

Les préférences des individus sont souvent représentés par des fonctions d'utilité.

Effectivement, un champs d'études en économie mathématique consiste à identifier des conditions sous lesquelles les préférences d'un individu peuvent être représentées par une fonction d'utilité.

Nous considérons ici le problème sous une fonction d'utilité du type Cobb-Douglas, modèle largement appliqué :

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}, \text{ sachant que } \; 0 \leq \alpha, \beta \leq 1, \; \alpha + \beta = 1$$

Cette fonction d'utilité porte sur un seul individu : x_1 est la quantité consommée du bien 1 ; x_2 celle du bien 2. La fonction U est une fonction à deux variables qui attribue à tout couple (x_1, x_2) – le panier de consommation de l'individu en question – une valeur numérique représentant *l'utilité* engendrée par la consommation de ce panier.

Les valeurs de cette fonction sont de nature véritablement subjective : ces valeurs n'ont qu'une signification ordinale (si un panier a une utilité de 3 et l'autre de 6, on ne peut pas dire que le deuxième soit deux fois plus utile que le premier ; on peut seulement dire que l'individu en question préfère le deuxième au premier, puisque $6 > 3$) et ne sont pas comparables entre deux individus.

L'autre composante du problème de maximisation d'utilité d'un individu est sa richesse, souvent notée I (pour ≪ Income ≫ en angalis), qui est donnée par sa dotation initiale et le vecteur des prix.

Soient p_1 le prix du bien 1, p_2 le prix du bien 2, et I la richesse initiale de l'individu.

La contrainte budgétaire de l'individu en question est donnée par :

$$x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 = I \tag{3}$$

Observation : la contrainte budgétaire correspond à la frontière des plans de consommation possibles résultant de la spécialisation et la vente du surplus sur le marché internationale que nous avons considérée dans notre discussion de l'avantage comparatif.

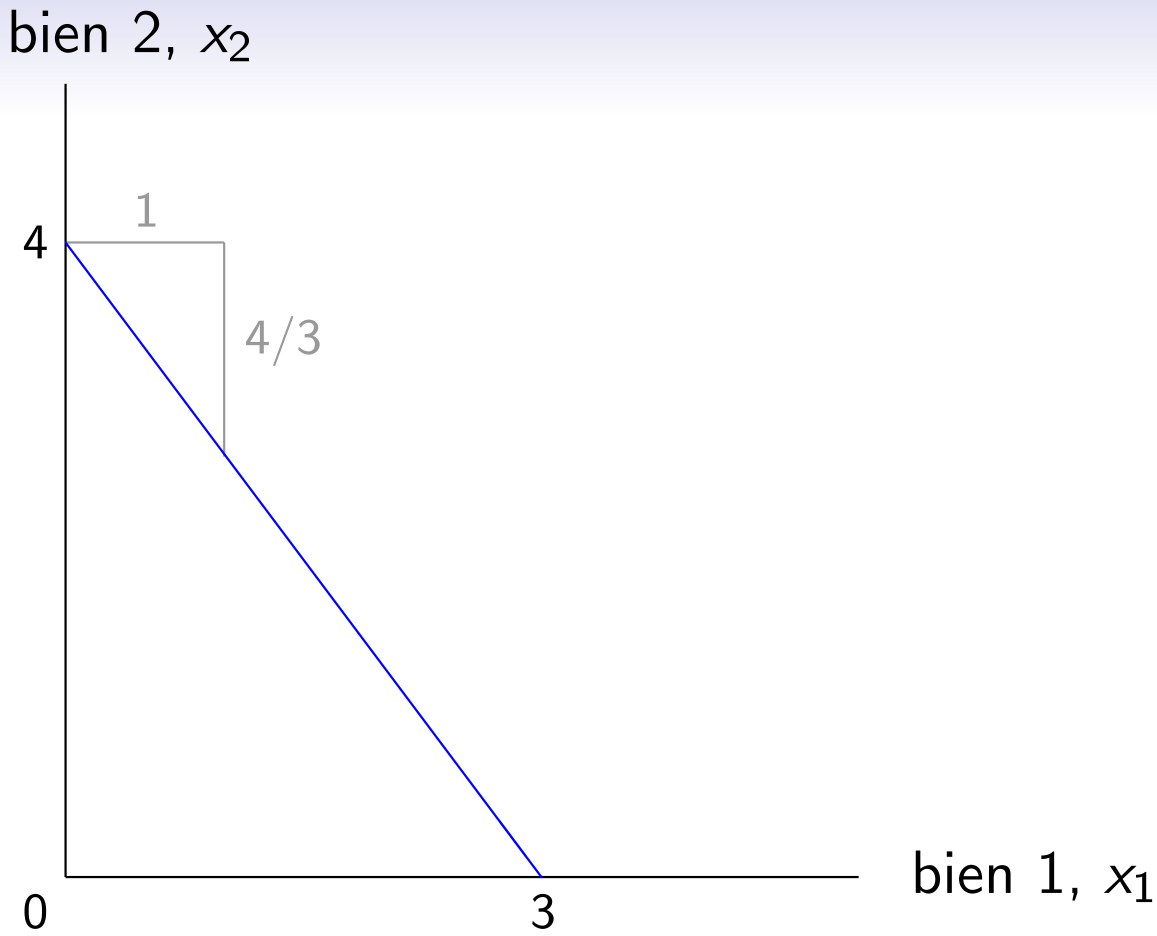

FIGURE – Supposons que l'individu en question a une dotation initiale de 4 unités du bien 2 ; $p_1 = 4$ le prix du bien 1 ; $p_2 = 3$ le prix du bien 2. Cet individu aura alors une richesse initiale de $4 \times 3 = 12$. La courbe en bleu, donnée par $x_1 \times 4 + x_2 \times 3 = 12$, représente la contrainte budgétaire de l'individu : tous les paniers de consommation (x_1, x_2) dont le prix égale 12.

La pente de la contrainte budgétaire est donnée par :

$$-\frac{p_{x_1}}{p_{x_2}}$$

Dans notre exemple :

$$-\frac{p_{x_1}}{p_{x_2}} = -\frac{4}{3}$$

C'est-à-dire : pour avoir une unité supplémentaire du bien 1, il faut renoncer à $\frac{4}{3}$ unités du bien 2. Autrement dit : une unité du bien 1 vaut ou coûte $\frac{4}{3}$ unités du bien 2.

Exemple plus concret : si le prix du nouveau i-phone (bien 1) est de 600,- et le prix d'un pair de baskets d'une certaine marque (bien 2) est de 300,-, bien évidemment, le nouveau i-phone vaut 2 fois un pair de baskets de cette marque : pour avoir 1 nouveau i-phone, il faut renoncer à 2 pairs de baskets de cette marques : $-\frac{p_{x_1}}{p_{x_2}} = -\frac{600}{300} = -2$.

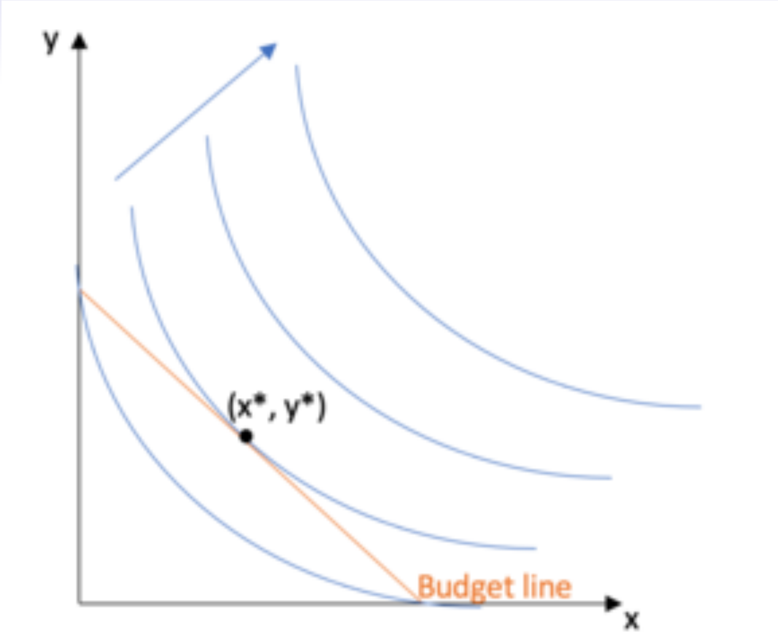

FIGURE – Courbes d'indifférence pour une fonction d'utilité du type Cobb-Douglas, $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$. Ici : $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$.

Le taux marginale de substitution du bien 2 pour le bien 1 :

$$TMS = -\frac{\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_2}},$$

est la pente de la tangente à la courbe au point (x_1, x_2) considéré.

Étant donné un panier de consommation, (x_1, x_2), le taux marginal de substitution du bien 2 pour le bien 1 exprime le nombre d'unités du bien 2 auxquelles l'individu doit renoncer pour faire en sorte que son niveau d'utilité ne change pas s'il reçoit une unité supplémentaire du bien 1. En d'autre termes : combien d'unités du bien 2 l'individu est prêt à relâcher pour avoir une unité supplémentaire du bien 1. C'est en quelque sorte la « valeur interne » ou « psychologique » que l'individu attribue à une unité du bien 1, en termes d'unités du bien 2.

On note : le taux marginal de substitution du bien 2 pour le bien 1 dépend du panier de consommation que l'individu possède actuellement, et ce taux *diminue avec la quantité du bien 1 que l'individu possède déjà*. Géométriquement : en descendant une courbe d'indifférence, la pente de la tangente est de moins en moins inclinée.

Il s'en suit que l'individu est dans un optimum s'il choisit un panier de consommation (x_1, x_2) tel que le taux marginal de substitution – le ratio des évaluations *subjectives* – est égale au rapport de prix sur le marche – le ratio des évaluations *objectives* :

$$\frac{\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_2}} = \frac{p_{x_1}}{p_{x_2}}$$

Voilà, le principe « marginal ».

Dans notre exemple :

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{\alpha\, x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta\, x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = \frac{\frac{\alpha}{x_1}}{\frac{\beta}{x_2}}$$

La condition d'optimalité est alors :

$$\frac{\frac{\alpha}{x_1}}{\frac{\beta}{x_2}} = \frac{p_{x_1}}{p_{x_2}} \quad \text{ou de manière équivalente} \quad \frac{p_1 \cdot x_1}{\alpha} = \frac{p_2 \cdot x_2}{\beta} \tag{4}$$

En combinaison avec la contrainte budgétaire, on en déduit les fonctions de demandes pour les deux biens.

D'abord, on se sert de l'équation (4) pour exprimer x_2 :

$$x_2 = \frac{p_1 \cdot x_1 \cdot \beta}{\alpha \cdot p_2} \tag{5}$$

En substituant cette expression dans la contrainte budgétaire, $x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = I$, on obtient :

$$x_1 \cdot p_1 + \frac{p_1 \cdot x_1 \cdot \beta}{\alpha \cdot p_2} \cdot p_2 = I$$

En exprimant x_1 (étape détaillée à la page suivante), on obtient :

$$x_1 = \frac{\alpha \cdot I}{p_1} \tag{6}$$

De manière similaire, on obtient :

$$x_2 = \frac{\beta \cdot I}{p_2} \tag{7}$$

De

$$x_1 \cdot p_1 + \frac{p_1 \cdot x_1 \cdot \beta}{\alpha \cdot p_2} \cdot p_2 = I,$$

en simplifiant et en sortant x_1, on obtient :

$$x_1 \cdot \left(p_1 + \frac{p_1 \cdot \beta}{\alpha} \right) = I$$

Puis, en exprimant x_1 et en se servant du fait que $\alpha + \beta = 1$:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{I}{\left(p_1 + \frac{p_1 \cdot \beta}{\alpha} \right)} \\
&= \frac{I}{p_1 \cdot \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right)} \\
&= \frac{I}{p_1 \cdot \left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha} \right)} = \frac{I}{p_1 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} \right)} = \frac{\alpha \cdot I}{p_1}
\end{aligned}$$